

Univerzita Karlova v Praze
Přírodovědecká fakulta

studijní program: Geologie

studijní obor: Geologie



Radek Klanica

**Projevy kulturního šumu v přirozených
magnetotelurických signálech**

**Effects of cultural noise in natural magnetotelluric
signals**

Bakalářská práce

Vedoucí závěrečné práce: RNDr. Josef Pek, CSc.

Praha 2013

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje a literaturu. Tato práce ani její podstatná část nebyla předložena k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

V Praze, 25.5.2013

Podpis

Poděkování:

Rád bych poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce RNDr. Josefu Pekovi, CSc. za jeho cenné rady, čas a trpělivost při řešení dané problematiky. Rovněž bych rád vyjádřil svůj vděk Ing. Josefu Teleckému za pomoc s fotografováním přístrojového vybavení na Geofyzikálním ústavu AV ČR. Nakonec děkuji PhDr. RNDr. Jiřímu Dohnalovi z Přírodovědecké fakulty UK za pomoc s vyřešením všech administrativních záležitostí.

Obsah

1. Abstrakt	5
2. Abstract	6
4. Přehled značení	7
4. Úvod	8
5. Úvod do magnetotelurické metody	9
5.1 Magnetotelurická metoda jako pasivní geoelektrická metoda	10
5.2 Vodivost a odpor ve spojení s elektromagnetickými metodami	13
6. Měření v terénu a získávání signálu	18
6.1 Magnetické senzory	18
6.1.1 Indukční cívky	19
6.1.2 Fluxgate magnetometr	20
6.2 Elektrické senzory	21
6.3 Registrační systém	22
7. Zdroje externího šumu v MT datech	23
8. Zpracování MT signálu	25
8.1 Určení tenzoru impedance metodou nejmenších čtverců	25
8.2 Redakce dat	27
8.3 Fourierova transformace	27
8.4 Zpracování dat	29
8.5 Kalibrace	30
8.6 Vyhodnocované frekvence a odhad spektrální matice	30
8.7 Statistické zpracování dat	32
8.7.1 Metoda nejmenších čtverců	32
8.7.2 Robustní zpracování	32
8.7.3 Metoda vzdálené referenční stanice	34
8.7.4 Metoda s ohraničeným vlivem	35
9. Ukázky MT signálů	36
10. Polarizační analýza	40
10.1 Použitá MT data	41
10.2 Obrácená úloha	42
10.3 Syntetický test	43
10.4 Odhad lokalizace zdrojů MT záznamů	44
11. Závěr	47
12. Použitá literatura	48

1. Abstrakt

Magnetotelurická metoda je elektromagnetická indukční metoda, která studuje rozložení elektrické vodivosti v Zemi pomocí přirozených variací zemského elektromagnetického pole externího původu. Široký frekvenční rozsah přírodních zdrojů magnetotelurického pole umožňuje sondovat vodivost v Zemi od mělkých struktur až po velké hloubky ve svrchním plášti. Závislost na slabých přirozených polích činí tuto metodu náchylnou na selhání v důsledku kontaminace elektromagnetickými poruchami civilizačního původu. Práce shrnuje základní principy statistického zpracování magnetotelurických dat ve frekvenční oblasti, poukazuje na pokroky v této oblasti a popisuje nové přístupy založené na aplikaci robustních statistických metod a využití referenčních dat z dodatečných stanic. Některá měření jsou natolik zatížena šumem, že i pokročilé statistické metody při jejich zpracování selhávají. V takových případech někdy pomáhá hlubší analýza šumového pole, směrových nebo zdrojových charakteristik poruch. Na příkladě simultánních registrací dvou magnetotelurických stanic v západočeské seismoaktivní oblasti ukazujeme, že v poruchovém poli dominují dva typy silných elektrických poruch s různou polarizací. V jednoduché aproximaci, kdy je za zdroj poruch považován stejnosměrný proudový dipól na povrchu homogenního poloprostoru, je formulována obrácená úloha pro nalezení polohy, azimutu a vstupního proudu dipólu. Ta je řešena metodou Monte Carlo s použitím standardního Gibbsova vzorkovacího algoritmu. Řešením úlohy byly vymezeny dvě poměrně ostře ohraničené zdrojové zóny. Ztotožnění zdrojů poruch s konkrétními průmyslovými objekty není jednoznačné a bude vyžadovat uvážení prostorové nehomogenity elektrického odporu zemské kůry dané oblasti.

2. Abstract

Magnetotelluric method is an electromagnetic induction method which studies the distribution of the electrical conductivity in the Earth by analyzing natural variations of the Earth's electromagnetic field of the external origin. A wide frequency range of the natural sources of the magnetotelluric field makes it possible to study the Earth's conductivity from near-surface structures down to depths of the upper mantle. Dependence on weak natural fields, however, causes the method to fail in case of data contaminated by electromagnetic disturbances of cultural origin. This thesis summarizes basic principles of the statistical magnetotelluric data processing in the frequency domain, and shows the recent progress of the processing due to the application of robust statistical methods as well as due to employing reference data from remote stations. In some cases, the measurements are disturbed excessively, and even advanced statistics method fail in processing the data. In some of these cases a more thorough analysis of the noise field in terms of its directional and source characteristics may be useful. We present an example of simultaneous recordings of two magnetotelluric stations from the West Bohemian seismo-active region and show that the noise field is dominated by two types of strong electric disturbances with different polarizations. Under a simplified approximation where a direct current dipole on the surface of a uniform half-space is assumed to be the source of the observed disturbances, we formulate an inverse problem for the position, azimuth and input current of that dipole. The inverse problem is solved by the Monte Carlo method with the standard Gibbs's sampling algorithm as an engine. The solution indicates two focused areas of the noise sources. Identification of these sources with particular industrial facilities is difficult, however, and employing a spatially inhomogeneous resistivity distribution in the crust of the studied area will be necessary.

3. Přehled značení

B	magnetické pole [Tesla (T) = Vsm ⁻²]
B_x, B_y, B_z	magnetické komponenty v kartézském souřadném systému
E	elektrické pole [Vm ⁻¹]
E_x, E_y	elektrické komponenty v kartézském souřadném systému
I	proud [A]
p	průniková hloubka [m]
T	perioda [s]
U	elektrické napětí [V]
Z	impedance [V A ⁻¹ = Ω]
$\underline{\underline{Z}}$	tenzor impedance [V A ⁻¹]
$Z_{xx}, Z_{xy}, Z_{yx}, Z_{yy}$	komponenty tenzoru impedance
δZ	elektrický šum
μ, μ_0	magnetická permeabilita [VsA ⁻¹ m ⁻¹ = H m ⁻¹]
ρ	odpor [Ωm = VmA ⁻¹]
ρ	hustota [kgm ⁻³](kap. 5.2)
ρ_a	zdánlivý odpor [Ωm = VmA ⁻¹] (kap. 5.1)
σ	vodivost [Sm ⁻¹ = AV ⁻¹ m ⁻¹]
σ	rozptyl (kap. 8.7.2, 10)
Φ	magnetotelurická fáze [°] (kap. 5.1)
Φ	porozita [poměr volného prostoru a celkového objemu](kap. 5.2)
ω	úhlová frekvence [s ⁻¹]

4. Úvod

Magnetotelurická metoda (MT) spadá pod elektromagnetické metody s velkým hloubkovým dosahem – až stovky km. Její pomocí měříme přirozené elektromagnetické pole Země a zdánlivý měrný odpor je zjišťován z impedance Z - poměru vzájemně kolmé horizontální elektrické a magnetické složky pole.

Metoda může být komerčně využita k vyhledávání ložisek hydrokarbonátů, kovů nebo geotermálních zdrojů. Je vhodná též ke geologickému mapování hluboko uložených struktur.

V současnosti je použití metody v obydlených oblastech značně limitováno nemalou šumovou složkou, způsobenou lidskou činností. Typicky se jedná o rozvodné sítě, elektrické železnice nebo automobilovou dopravu.

S rozvojem výpočetní techniky a nových statistických metod se nabízí mnoho možností, jak tento šum různými metodami zpracování odstranit a značně tím vylepšit magnetotelurická měření. Mezi nejpoužívanější patří metoda referenční stanice, metody robustního zpracování a metoda s ohraničeným vlivem. Různými kombinacemi těchto metod lze získaná data buď úplně, nebo aspoň částečně učinit použitelná pro vyhodnocení zájmové problematiky.

5. Úvod do magnetotelurické metody

Magnetotelurická metoda je pasivní geoelektrickou induktivní metodou, která využívá široké spektrum přírodních geomagnetických variací jako plošný energeticky vydatný zdroj elektromagnetické indukce v zemském tělese. To je hlavní rozdíl od užívaných metod elektromagnetického indukčního sondování, u nichž je pole v zemi buzeno indukcí od konečných zdrojů, které nejsou v přímém galvanickém spojení se zemí (cívky, smyčky, antény). Cílem MT metody je studium elektrické vodivosti v Zemi. Metoda navazuje na geomagnetické hloubkové sondování¹, které bylo vyvinuto ke konci devatenáctého století. MT metoda ke GDS přidává využití telurické složky, díky čemuž se zbavíme nutnosti provádět plošné simultánní registrace magnetického pole v řadě stanic najednou. S nástupem MT metody se tak pasivní elektromagnetické indukční sondování modifikovalo na lokální metodu, kdy elektrická informace z nitra Země je získávána z měření pouze v jediném bodě.

Roku 1889 Schuster aplikoval Gaussovu separaci na magnetické denní variace a objevil elektromagnetickou indukci v zemském tělese. Magnetické denní variace jsou projevem magnetického pole vířivých proudů v ionosféře, které jsou generovány termálními proudy.

Schuster zjistil, že magnetické denní variace jsou převážně vnějšího původu. Přišel ale také na to, že jejich nezanedbatelná část je vnitřní, což je způsobeno indukcí ve vodivém zemském tělese. Z fáze vnitřní části Schuster usoudil, že průměrná vodivost Země stoupá s hloubkou. To potvrdil v další studii Chapman (1919), Lahiri a Price (1939).

V padesátých letech Tichonov (1950) a Cagniard (1953) zjistili, že při současně registrovaných magnetických a telurických variacích může být jejich poměr (impedance) vyjádřen tak, že při daném elektrickém odporu charakterizuje impedance průnikovou hloubku elektromagnetické vlny. Hloubka průniku elektromagnetické vlny do Země závisí na elektrické vodivosti prostředí a periodě elektromagnetického sondování.

¹Geomagnetic depth sounding (GDS)

5.1 Magnetotelurická metoda jako pasivní geoelektrická metoda

Magnetotelurická metoda je pasivní elektromagnetickou metodou měřící přírodní změny elektrických a magnetických polí. Z hloubek průniku elektromagnetické vlny, běžně užívaných v praktické magnetotelurice, lze soudit na elektrickou vodivost v hloubkách od desítek metrů po stovky kilometrů.

Prvním výzkumem MT metody se nezávisle na sobě zabývali ruský teoretik A. N. Tichonov a francouzský geofyzik L. Cagniard. Ti zjistili, že MT metoda nám pro danou periodu dává odezvu průměrného sloupce prostředí od povrchu po zhruba průnikovou hloubku. Neboli se jedná o elektrickou informaci z určitého objemu prostředí. Následným rozšiřováním spektra period MT sondáží lze postupně proniknout do větších hloubek a vyhodnocením dat pro jednotlivé periody pak dostat určitou hloubkovou selektivitu sondáží. Tento fakt popisuje elektromagnetická průniková hloubka, která vyjadřuje exponenciální úbytek elektromagnetické vlny rozptylující se v prostředí:

$$p(T) = (T/\pi\mu\bar{\sigma})^{1/2}, \quad (5.1)$$

kde $p(T)$ je elektromagnetická průniková hloubka v metrech pro danou periodu T , $\bar{\sigma}$ je průměrná vodivost sondovaného prostředí a μ je magnetická permeabilita. V hloubce $p(T)$ je elektromagnetické pole utlumené na e^{-1} své amplitudy na zemském povrchu. Tento exponenciální úbytek elektromagnetického pole se zvětšující se hloubkou zapříčiňuje necitlivost elektromagnetického pole na vodivé struktury ležící hlouběji než $p(T)$. Při výzkumu Země je μ obvykle přiřazována hodnota permeability nemagnetického prostředí ($\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$ Hm⁻¹) a rovnice (5.1) může být přepsána jako:

$$p(T) \approx 500\sqrt{T\rho_a}, \quad (5.2)$$

kde ρ_a je zdánlivý odpor nebo odpor ekvivalentního homogenního poloprostoru.

MT metoda měří variace v elektrických (\mathbf{E}) a magnetických (\mathbf{B}) polích ve dvou navzájem kolmých směrech na povrchu Země. Vztah mezi horizontálními komponentami elektrického a magnetického pole je v nejobecnějším případě popsán impedanční relací:

$$\mathbf{E} = \underline{\underline{Z}}\mathbf{B}/\mu_0, \quad (5.3)$$

kde $\underline{\underline{Z}}$ je tenzor impedance. Tenzor $\underline{\underline{Z}}$ obsahuje informace o vodivostním rozložení, dimensionalitě prostředí a význačných směrech uvnitř struktury.

Pro jednorozměrný model prostředí lze vzorec přepsat:

$$E_x = Z_{xy}B_y/\mu_0, \quad (5.4)$$

kde Z_{xy} je skalární impedance (dále jen Z).

V tomto modelu, kdy se vodivost mění pouze s hloubkou, jsou diagonální komponenty tenzoru impedance Z_{xx} a Z_{yy} vždy nulové, zatímco nediagonální komponenty tenzoru impedance jsou až na znaménko rovny skalární impedanci, popsané výše. V dvojrozměrném modelu, kde se vodivost mění v jednom horizontálního směru a s hloubkou, je situace daleko složitější. Pokud tenzor určujeme v souřadném systému s osami rovnoběžnými/kolmými k ose homogenity 2D modelu, jsou diagonální prvky tenzoru impedance nulové a prvky nediagonální nenulové a navzájem různé, neboli nebudou jen znaménkově opačné, ale budou mít odlišné absolutní hodnoty. To vyjadřuje fyzikální skutečnost, že elektrická odezva prostředí je různá v případech, kdy indukované proudy tečou podél lineárních struktur a nebo napříč k těmto strukturám.

Základní veličinou, kterou MT metoda určuje, je zdánlivý odpor. Ten definujeme jako odpor homogenního poloprostoru:

$$\rho_a(\omega) = |Z(\omega)|^2/\omega\mu_0, \quad (5.5)$$

Vzhledem k tomu, že Z je komplexní číslo, můžeme odvodit také fázi impedance, což je další důležitý parametr zjišťovaný v MT metodě. Pokud je fáze impedance větší než 45° ,

nacházíme se v podloží, kde dochází k poklesu odporu s hloubkou. Je-li fáze impedance menší než 45° , dochází k nárůstu odporu s hloubkou. Fáze impedance jedno-dimenzionálního zvrstveného poloprostoru může být spočítána jako:

$$\Phi_{1-D} = \arctg(\mu_0 E_x / B_y), \quad (5.6)$$

Zdánlivý odpor a fáze impedance jsou obvykle vyjadřovány jako funkce periody $T=2\pi/\omega$. Ty se obvykle vykreslují jako logaritmus zdánlivého odporu a hodnota fáze proti logaritmu periody.

Při šíření elektromagnetické vlny uvažujeme v MT metodě model rovinné vlny. Zdroj vlnění je v tomto případě ve velké vzdálenosti od pozorovatele (poloměr kulové vlnoplochy je příliš velký). Kulovou vlnoplochu proto lze nahradit rovinnou vlnoplochou rovnoběžnou s povrchem Země.

Přírodně indukovaná elektromagnetická pole, která jsou využívána pro MT, mají periodu od 10^{-4} po 10^5 s. Pokud tedy uvážíme odpor zemské kůry a svrchního pláště okolo 100 Ωm , hloubka průniku elektromagnetické vlny může být *formálně* od 160 m do téměř 1600 km (Simpson & Bahr 2005). Ovšem vzhledem k poklesu odporu s hloubkou je prakticky tento dosah omezen na několik prvních stovek km. Toto je velká výhoda oproti aktivním geoelektrickým metodám, kde bývá maximální hloubka průzkumu limitována velikostí zdroje a konfigurací zdroj-přijímač.

Největší část elektromagnetického pole Země je generována magnetohydrodynamickými procesy ve vnějším jádru Země. To je sice pravda, ale z procesů, které pronikají z jádra Země na zemský povrch, registrujeme v geomagnetických datech jen ty, které mají dostatečně dlouhé periody, aby cestu mocným vodivým pláštěm „*přežily*“. Typicky jde o procesy s periodami v řádu měsíců a let (sekulární variace zemského magnetického pole), procesy s kratšími periodami jsou v plášti utlumeny.

Elektromagnetická pole s frekvencí větší než 1 Hz mají zdroj v meteorologických jevech

jako jsou blesky. Signály způsobené blesky (v angličtině souhrně označovány jako *sferics*) se šíří ve vlnovodech jako transverzní elektrické (TE), transverzní magnetické (TM) nebo transverzní elektrické a magnetické (TEM) vlny.

Interakcí mezi slunečním větrem a zemskou magnetosférou a ionosférou vznikají elektromagnetické variace o frekvencích nižších než 1 Hz. Oscilace magnetosféry často generují malé, téměř sinusoidální variace geomagnetického pole, nazývané geomagnetické pulzace.

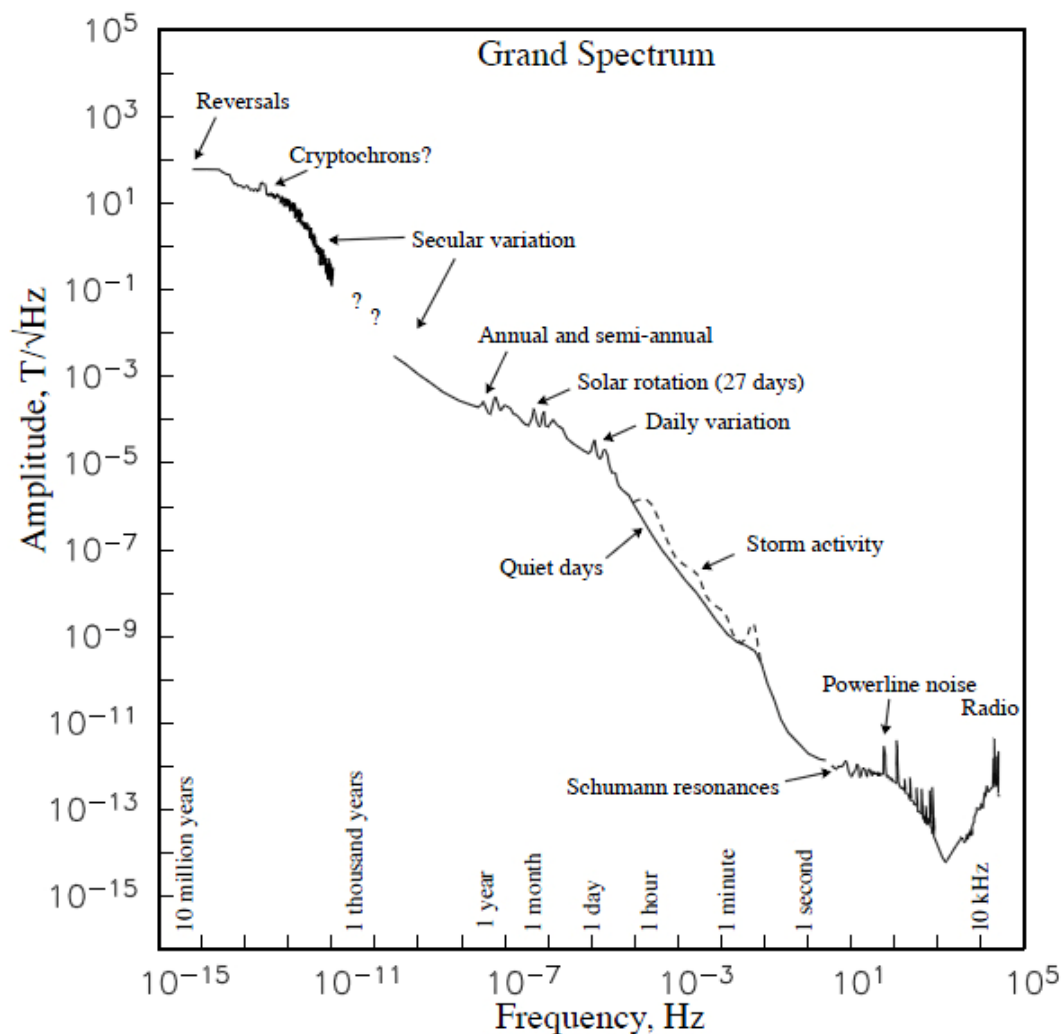
V našich zeměpisných šířkách mají variace způsobené ději v ionosféře nejnižší energii mezi frekvencemi 0,5 - 5 Hz, přičemž nejslabší jsou kolem 1 Hz. Okolí této frekvence je nazýváno mrtvé pásmo (*dead-band*), neboť kolem této frekvence dochází k absenci či velmi nízké úrovni přirozeného signálu.

Největší geomagnetické variace (v řádech až stovek nT, Obr. 1.) se objevují během magnetických bouří, které vznikají při silnějších výronech sluneční plazmy. Tyto bouře trvají většinou několik dní a ve vysokých zeměpisných šířkách jsou často doprovázeny polárními zářemi.

5.2 Vodivost a odpor ve spojení s elektromagnetickými metodami

Interpretace podpovrchového elektrického odporu je obtížná, protože odpor je ovlivňován mnoha fyzikálními parametry a procesy jako jsou teplota, tlak, fyzikální a chemický stav prostředí, porozita a permeabilita nebo frekvence použitého pole.

Schopnost náboje přenášet elektrický proud se nazývá elektrická vodivost. Přenos náboje může v horninách probíhat několika způsoby. Jako elektronovou vodivost označujeme každý typ vodivosti, který je zprostředkován volnými elektrony. Tu lze rozdělit na kovovou a polovodičovou. Rozdíl je v tom, že u kovů putují vodivostní elektrony volně v meziatomových prostorech a nelze je jednoznačně přiřadit konkrétním atomům. Vodivost kovů je velmi dobrá, v závislosti na teplotě se pomalu snižuje v důsledku zintenzivnění chaotického



Obr. 1. Přirozené spektrum amplitud geomagnetických variací jako funkce frekvence. MT metoda využívá frekvence od šumu elektrického vedení po denní variace (10^{-5} až 10^2 Hz). Zdroj: Constable, C., *Geomagnetic temporal spectrum for Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, July 7, 2005

tepelného pohybu při rostoucí teplotě. U polovodičové vodivosti jsou vnější elektrony připoutány ke svému atomu a pro uvolnění vyžadují určitou aktivační energii, nejčastěji ve formě zvýšené teploty. Po aktivaci se chovají přesně stejně, jako volné elektrony v kovech. Materiály s polovodičovou vodivostí jsou při nízkých teplotách izolanty, s rostoucí teplotou se jejich vodivost exponenciálně zvyšuje. Tento typ vodivosti je u hornin a minerálů s elektronovou vodivostí zcela převládající.

Iontovou vodivost najdeme v roztocích obsahujících volné ionty jako jsou Na^+ , Cl^- . Závisí exponenciálně na teplotě a nejvíce se projeví u vlhkých porézních materiálů.

Elektromagnetické metody sondování jsou velmi citlivé na obsah a rozložení vodivých minerálů a kapalin v horninové hmotě. I malé množství vodivých minerálů nebo kapaliny zvýší vodivost celé masy horniny (v angličtině popisováno termínem *bulk conductivity*, což lze chápat jako vodivost celého horninového tělesa, bez ohledu na jeho vnitřní jemnou strukturu, která může být vodivostně velmi heterogenní). Obecně platí, že vodivost hornin je úměrná vodivosti v pórech, je tedy nejvíce ovlivněna velikostí pórů, samotnou pórovitostí, nasycením pórů vodou a její mineralizací. Tento fakt popisuje Archieho zákon (Keller 1987):

$$\rho_{\text{horniny}} = \rho_{\text{kapaliny}} A \Phi^{-m}, \quad (5.7)$$

kde se ρ_{kapaliny} rovná měrnému odporu kapaliny v pórech, Φ je porozita, A a m jsou konstanty závislé na geometrii pórů. Existuje několik forem tohoto zákona zahrnujících efekt částečné saturace nebo více druhů kapaliny v pórech. Tento zákon neplatí, pokud hornina obsahuje významný obsah jílu. S rostoucím tlakem dochází ke stlačování pórů, uzavírání kanálků mezi póry a vodivost klesá.

Odpor dvoufázového prostředí je primárně závislý na propojenosti a odporu vodivé fáze. Odpor kapalin je velmi citlivý na salinitu, tlak a teplotu. Se zvyšující se teplotou klesá viskozita roztoku a to vede ke zvýšení vodivosti.

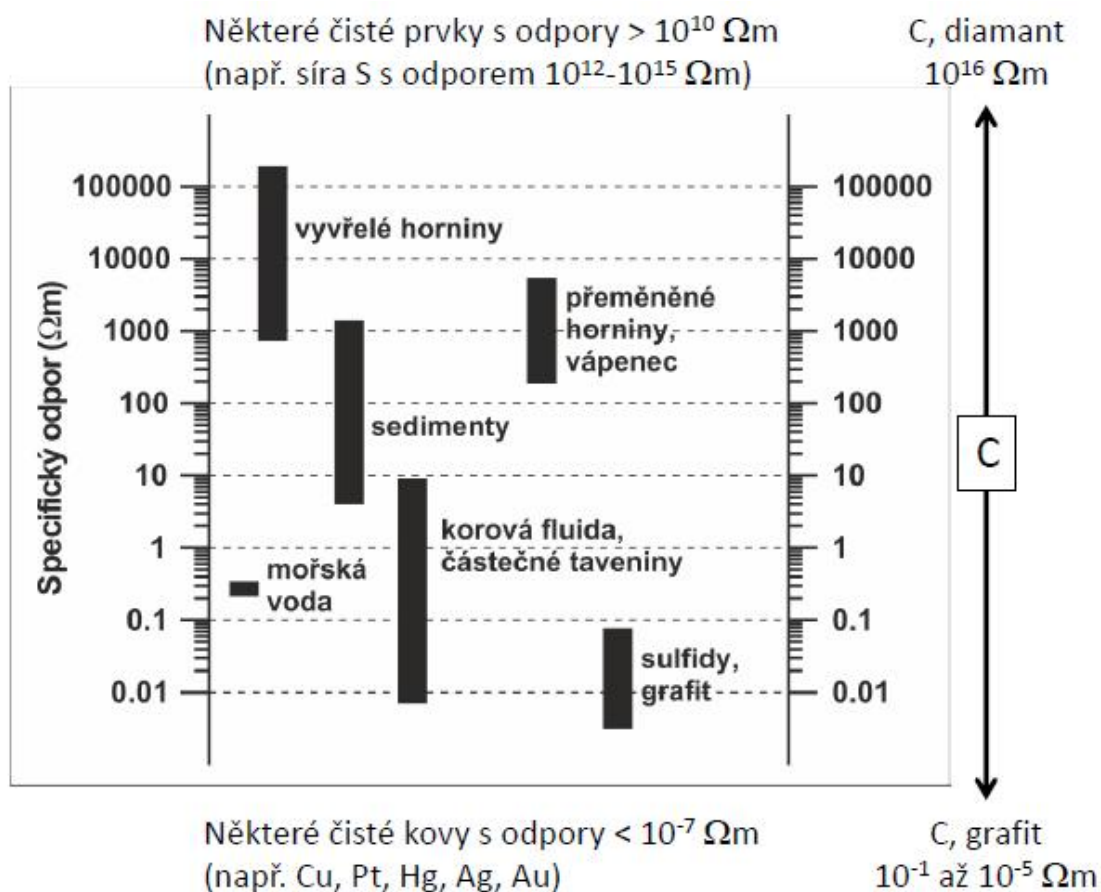
V dlouhodobých magnetotelurických studiích bylo zjištěno, že průměrná vodivost v plášti je vyšší než vodivost suchého olivínu. Zvýšená vodivost pláště může být zapříčiněna grafitem, parciálním tavením nebo difúzí volných iontů např. H^+ , OH^- .

Parciální tavení může způsobovat vodivostní anomálie ve spodních částech zemské kůry a svrchních částech zemského pláště. Tyto anomálie často korelují se zvýšeným tepelným tokem a zónami snížené rychlosti seismických vln.

Maximální hloubka průniku elektromagnetické vlny, která je výjimečně dosahována

magnetotelurickým sondováním, se pohybuje mezi 400-600 km. V těchto hloubkách se předpokládají fázové přechody: olivín-wadsleyit (410 km), ringwoodit (520 km), perovskit + magnesiowüstit (660 km). Tyto přechody významně přispívají ke zvýšení vodivosti se zvyšujícím se průnikem do přechodových pásem. Minerální přechody byly potvrzeny i seismologickými studiemi.

Elektrický odpor zemských minerálů má rozpětí přes 14 řádů. Suché krystalické horniny mohou mít odpor přesahující $10^5 \Omega\text{m}$, zatímco čistý grafit má odpor menší než $0,01 \Omega\text{m}$ (Obr. 2).



Obr. 2. Vodivost zemských materiálů.

Zdroj: Převzato a upraveno podle Palacky, G. J., 1987, *Resistivity characteristics of geologic targets*, in *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, vol. 1, Nabighian M. N., ed. Series: *Investigation in Geophysics*, vol. 3. Soc. of Expl. Geophys. Tulsa, Oklahoma.

Velký rozptyl těchto hodnot nám umožňuje získávat podrobné modely zemské elektrické vodivosti, ale na druhou stranu existují aspekty s opačným výsledkem, jako je překrývání hodnot parametrů pro různé druhy hornin a limity rozlišovací schopnosti použité sondážní metody.

6. Měření v terénu a získávání signálu

Výběr zařízení pro měření v terénu obvykle závisí na předpokládané hloubce průzkumu. Pro krátké periody a rychlá měření se využívají indukční cívky, pro delší periody a větší hloubku se používá fluxgate magnetometr (Simpson & Bahr 2005).

Při samotném měření v terénu je nutné vybrat nejlepší rozmístění senzorů: ne moc blízko, ne moc řídce (Simpson & Bahr 2005). Záleží také na geologických podmínkách lokality, dostupnosti, hardwarovém vybavení a v neposlední řadě na finančních zdrojích.



Obr. 3. Data logger ADU 06 pro širokopásmová měření.

Zdroj: Vlastní foto, Geofyzikální ústav AV ČR.

6.1 Magnetické senzory

V MT metodě se nejčastěji používají dva typy magnetických senzorů: indukční cívky a fluxgate magnetometry.

6.1.1 Indukční cívky

Indukční cívky (Obr. 4) se obvykle skládají z cívky měděného drátu ovinutého okolo vysoce permeabilního jádra uzavřeného uvnitř nárazuodolného krytu. Sada tří indukčních cívek s vodováhou a kompasem je nutná pro měření všech tří komponent časově proměnného magnetického pole.

Design cívek používaných v MT je vždy kompromisem mezi velikostí (možnosti transportu) a citlivostí.

Indukční cívky se využívají pro měření magnetických variací od těch nejnižších period až po periody v řádu hodin.



Obr. 4. Indukční cívka Metronix MFS 05.
Zdroj: Vlastní foto, Geofyzikální ústav AV ČR.

6.1.2 Fluxgate magnetometr

Tento typ magnetometru (Obr. 5) se skládá ze tří kruhových jader ovinutých okolo desky tak, aby byly jejich osy vzájemně ortogonální. Celý přístroj je uzavřen ve vodotěsné kapsli, takže může být zakopaný do země. Fluxgate magnetometry fungují na principu hystereze (ta se projeví, pokud je jádro senzoru řízeno saturací střídavého proudu v obklopující cívice). Generované hysterezní cykly jsou na výstupu citlivé na intenzitu časově proměnného vybuzeného magnetického pole.

Fluxgate magnetometry se používají pro měření dlouhoperiodických magnetických variací o periodách od 10 s do 100 000 s.

Pokud chceme získat informace o celém spektru period, musíme provést měření oběma



Obr. 5. Fluxgate magnetometr z měřicí aparatury LEMI-417.

Zdroj: Vlastní foto, Geofyzikální ústav AV ČR.

typy magnetometrů.

6.2 Elektrické senzory

Variace elektrického pole určujeme měřením rozdílu potenciálů, U , mezi párem elektrod (Obr. 6), které jsou propojeny krytým kabelem tak, aby tvořily dipól, a jsou zakopány do země. Abychom mohli zjistit dvě horizontální komponenty elektrického pole jsou nutné dva dipóly. Tyto dipóly jsou vzájemně uspořádány ortogonálně, s jedním dipólem orientovaným v magnetickém směru sever - jih a druhým východ – západ nebo ve směru geologických struktur.

Během měření je velice důležité, aby nebyly elektrody vystaveny teplotním změnám. Z tohoto důvodu jsou umístěny v zemi do hloubky kolem 50 cm.



Obr. 6. Elektroda EF 06 (PbPbCl_2).

Zdroj: Vlastní foto, Geofyzikální ústav AV ČR.

6.3 Registrační systém

Pro geofyziku bylo vyvinuto mnoho různých systémů pro ukládání naměřených dat (Obr. 3,7) a několik z nich je přímo určeno pro studium elektromagnetické indukce. Při výběru záleží na schopnosti vzorkování dat, rozlišení signálu a typu média určeného pro ukládání dat.



Obr. 7. Data logger LEMI-417 pro dlouhoperiodická měření.
Zdroj: Vlastní foto, Geofyzikální ústav AV ČR.

7. Zdroje externího šumu v MT datech

Jakýkoli signál měřeného EM pole odpovídající neinduktivnímu nebo lokálně induktivnímu zdroji může být považován za šum. Mimo zemské těleso existují tři typy externích zdrojů šumu:

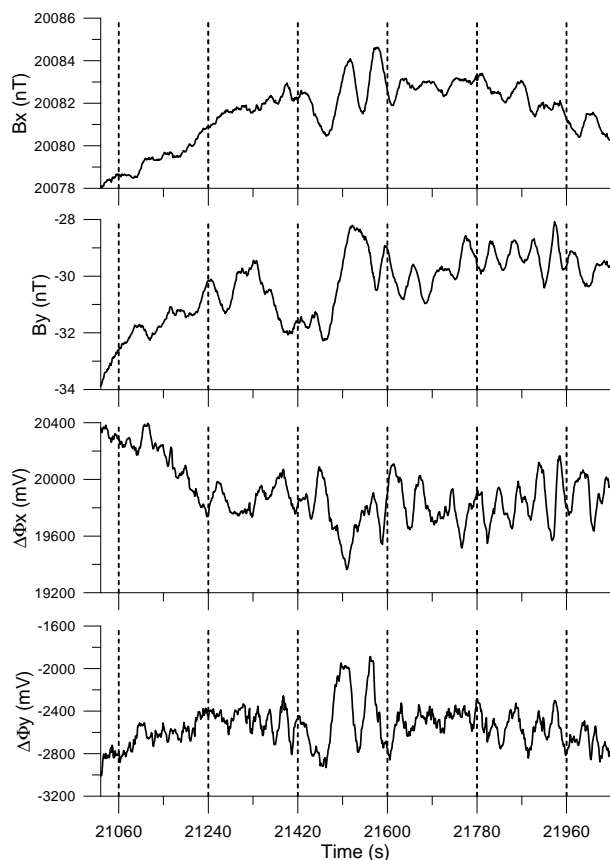
- (1) kulturní
- (2) meteorologické
- (3) senzorové

V obydlených oblastech Evropy vytvářejí elektrické rozvodné sítě dominantní elektromagnetická pole o frekvenci 50 Hz a jejích harmonických komponentách. Tyto poruchy bývají často způsobeny nevyvážeností trojfázové rozvodné sítě. Většinu tohoto šumu lze lehko odstranit tzv. *notch filtrem*, který ponechá všechny frekvence kromě té, která má být odstraněna. Bohužel někdy může tento šum limitovat dynamický rozsah magnetických indukčních cívek. Šum, obdobný rozvodným sítím, vytvářejí také generátory, elektrické železnice a elektrické ploty. Například stejnosměrné elektrické železnice mohou ovlivnit magnetickou komponentu měření až na vzdálenost 30 km (Szarka 1988). Díky širokému rozpětí frekvencí není tento typ šumů lehké odfiltrovat.

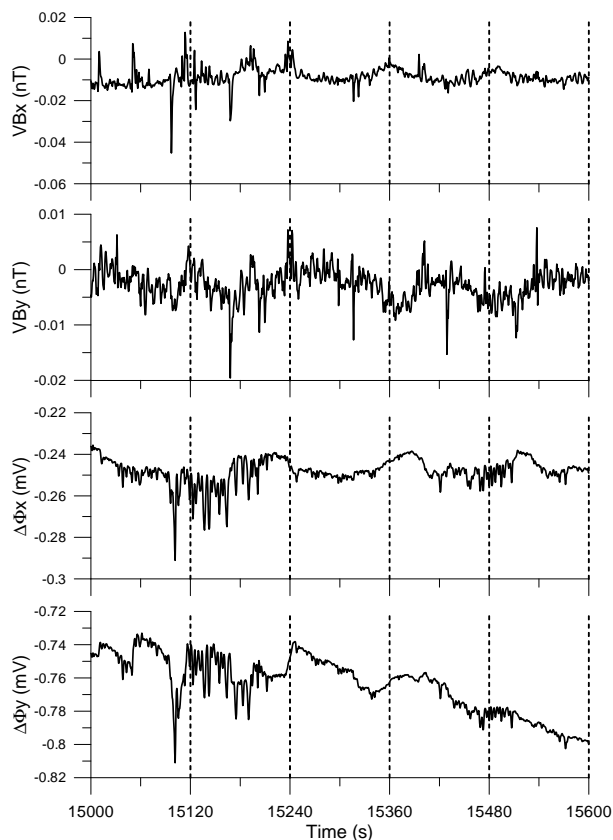
Automobily reprezentují dvojitý zdroj šumu – magnetický a seismický. Magnetické rušení lze odstranit umístěním senzorů dále jak cca 20 metrů od silnice. Ačkoli seismický šum je značně redukován, pokud se silnice nachází na pevném skalním podloží, jeho dosah je mnohem větší než u magnetického šumu. Seismické vibrace generují šum v telurických komponentách tím, že mění potenciál mezi elektrodami a zemí.

Všudypřítomným meteorologickým zdrojem šumu je vítr. Vibrace telurických linií ve větru mohou generovat napětí srovnatelné s krátkými periodami telurických signálů. Vítr cloumající se stromy může přenést vibrace do jejich kořenů, které je přenášejí do země a tím i do senzorů. Dalším zdrojem meteorologického šumu mohou být blesky.

Šum pocházející ze senzorů a elektrických obvodů je obvykle nezávislý na síle signálu a v přírodě náhodný, což značně ztěžuje jeho odstranění. Naštěstí je šum ze senzorů u moderních přístrojů velice slabý. Zeslabení tohoto šumu lze dosáhnout zakopáním senzorů co nejhlouběji do země a umístěním záznamového zařízení do stínu.



Obr. 8.



Obr. 9.

Obr. 8. Téměř čistý MT signál z měření na jižní Moravě.

Obr. 9. Silně kontaminovaný signál šumem stejnosměrných železnic, Pomořansko - Polsko.

Data: Geofyzikální ústav AV ČR.

8. Zpracování MT signálu

MT časové řady představují náhodné signály. Cílem při zpracování MT signálů je odhad tenzoru impedance pro sérii period na dané lokalitě z časových řad elektrických a magnetických složek MT pole. Jedná se o problém analýzy lineárního systému, kde jsou náhodné signály na vstupu i výstupu.

Zpracování MT dat probíhá většinou ve frekvenční oblasti. Složky tenzoru impedance jsou zde frekvenčními charakteristikami MT lineárního systému a teoreticky určují lineární vztah mezi spektrálními hustotami MT signálů bez přítomnosti šumu.

Problémem analýzy MT dat je nemalá šumová složka. Ta může mít zdroj v přírodních procesech nebo může být způsobena civilizačními zdroji. Přítomnost šumu může v některých případech naprosto znehodnotit měření a drasticky zhoršit kvalitu odhadu impedance tenzoru, i když některé nejnovější metody zpracování dat dovolují použít i data až s 50% šumové složky (Kappler 2012).

8.1 Určení tenzoru impedance metodou nejmenších čtverců

Abychom lépe porozuměli dané kapitole, je zde třeba trochu rozebrat teorii minimalizace metodou nejmenších čtverců.

Pokud budeme předpokládat, že závislost veličiny y na sadě proměnných x_i , $i=1,\dots,N$, je lineární a má tvar:

$$y = \sum_{i=1}^N a_i x_i, \quad (8.1)$$

kde a_i , $i=1,\dots,N$, jsou koeficienty lineární závislosti. Jestliže provedeme sérii měření, která označíme indexem k , $\{x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k), y(k)\}_{k=1,\dots,M}$, lze koeficienty lineární závislosti zjistit pomocí metody nejmenších čtverců, jež vyžaduje:

$$\Phi(a_i) = \sum_{k=1}^M \left[\sum_{i=1}^N a_i x_i(k) - y(k) \right]^2 = \min.. \quad (8.2)$$

Pro minimum nejmenších čtverců musí platit podmínka:

$$\frac{\partial \Phi(a_i)}{\partial a_j} = 0 \rightarrow 2 \sum_{k=1}^M \left[\sum_{i=1}^N a_i x_i(k) - y(k) \right] x_j(k) = 0, \quad j = 1, \dots, N, \quad (8.3)$$

z čehož se lze dobře dostat k systému lineárních algebraických rovnic pro koeficienty a_i , $i = 1, \dots, N$:

$$\sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^M x_i(k) x_j(k) \right] a_i = \sum_{k=1}^M y(k) x_j(k), \quad j = 1, \dots, N. \quad (8.4)$$

Tento postup lze použít i v případě, že proměnné a koeficienty v rovnici (8.1) jsou komplexní čísla. Rozdíl je v tom, že rovnici (8.1) musíme rozepsat na dvě rovnice za pomoci reálných a imaginárních částí:

$$\operatorname{Re} y = \sum_{i=1}^N (\operatorname{Re} a_i \operatorname{Re} x_i - \operatorname{Im} a_i \operatorname{Im} x_i), \operatorname{Im} y = \sum_{i=1}^N (\operatorname{Im} a_i \operatorname{Re} x_i + \operatorname{Re} a_i \operatorname{Im} x_i). \quad (8.5)$$

Určením koeficientů a_i , $i=1, \dots, N$, ze série M měření pomocí metody nejmenších čtverců dochází k minimalizaci funkce. Pro koeficienty a_i , $i=1, \dots, N$, lze získat systém lineárních algebraických rovnic z podmínky:

$$\frac{\partial \Phi(\operatorname{Re} a_i, \operatorname{Im} a_i)}{\partial \operatorname{Re} a_i} = 0, \quad \frac{\partial \Phi(\operatorname{Re} a_i, \operatorname{Im} a_i)}{\partial \operatorname{Im} a_i} = 0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (8.6)$$

Pokud vezmeme rovnici (8.5) pro k -té měření a následně ji vynásobíme postupně proměnnými $x_j^*(k)$, $j = 1, \dots, N$, (hvězdička značí komplexně konjugovanou veličinu), dostaneme rovnici, kterou následně můžeme sečíst přes všechna měření $k = 1, \dots, M$. Tím docházíme k systému rovnic, který je komplexní. Tento tvar je formálně zcela shodný s rovnicí (8.4).

Výše popsany postup lze použít na magnetotelurické impedanční vztahy. V MT metodě máme dvě lineární závislosti, obě s $N = 2$, a s proměnnými a koeficienty (1) $y = E_x$, $x_1 = H_x$, $x_2 = H_y$, $a_1 = Z_{xx}$, $a_2 = Z_{xy}$, a (2) $y = E_y$, $x_1 = H_x$, $x_2 = H_y$, $a_1 = Z_{yx}$, $a_2 = Z_{yy}$. Metodu nejmenších čtverců aplikujeme jednotlivě na každý z těchto lineárních vztahů. Řešením příslušných systémů rovnic jsou složky tenzoru impedance.

Nyní se můžeme vrátit k samotnému určení tenzoru impedance. Zapišeme-li rovnici (5.3) ve složkách, dostaneme pár rovnic:

$$E_x(\omega) = Z_{xx}(\omega) H_x(\omega) + Z_{xy}(\omega) H_y(\omega), \quad (8.7a)$$

$$E_y(\omega) = Z_{yx}(\omega) H_x(\omega) + Z_{yy}(\omega) H_y(\omega). \quad (8.7b)$$

Rovnice (8.7a) a (8.7b) jsou nepřesné v důsledku chyb v měření, a protože předpokládaná rovinná vlna zdrojového pole je pouze aproximována. Z těchto důvodů je statistické stanovení tenzoru impedance Z řešeno tak, že minimalizuje zbytkovou funkci $\|\delta Z(\omega)\|^2$. Zbytková funkce reprezentuje nekorelovaný šum. V našem případě $\delta Z(\omega)$ reprezentuje elektrický šum, který lze přidat na pravou stranu rovnic (8.7):

$$E_x(\omega) = Z_{xx}(\omega) H_x(\omega) + Z_{xy}(\omega) H_y(\omega) + \delta Z(\omega), \quad (8.8a)$$

$$E_y(\omega) = Z_{yx}(\omega) H_x(\omega) + Z_{yy}(\omega) H_y(\omega) + \delta Z(\omega). \quad (8.8b)$$

8.2 Redakce dat

Redakci dat lze provést v časové oblasti, tzv. vizuální inspekci. Jedná se o prohlížení dat a ruční opravy jakýchkoli vizuálně indikovaných poruch, čehož lze v programech v určitých případech docílit. Dříve byl tento postup vcelku běžnou praxí, ale v dnešní době při gigabytech dat to již není časově možné.

8.3 Fourierova transformace

Ještě před Fourierovou transformací se využívá shlazení okna v časové oblasti (oknem v tomto případě myslíme určitý výsek signálu, který chceme analyzovat). Při uříznutí signálu na začátku a konci okna se zde objeví skoky, které se ve spektru projeví nežádoucími

vysokými frekvencemi. Před samotnou aplikací shlazovacího okna se vesměs ještě provádí odstranění trendu, většinou jen primitivním odečtením přímky (aplikace interpolačního polynomu nízkého stupně) vedené mezi prvním a posledním bodem časového okna. Tím se signál přinutí k přijetí nulových hodnot na začátku a na konci a aplikace shlazovacího okna vlastně jen přechod na koncích okna vyhlazuje. Při samotné aplikaci shlazovacího okna se násobí původní data vyhlazovacím oknem, které způsobí plynulý přechod hodnot od nuly do maxima a na konci okna z maxima do nuly.

Existuje několik druhů shlazovacích oken. Jedno z často používaných je trojúhelníkové okno, které se nazývá Welchovo.

Fourierova transformace slouží k převedení dat z časové oblasti do frekvenční oblasti. Při zpracování MT dat se nejčastěji využívá diskrétní Fourierova transformace (DFT). Tu lze definovat jako:

$$F[j] = \sum_{k=0}^{N-1} f[k] e^{-2\pi i k j / N}, \quad (8.9)$$

$$f[k] = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} F[j] e^{2\pi i k j / N}. \quad (8.10)$$

Výše uvedené rovnice znamenají, že bod k sekvence hodnot $f[k]$ je lineární kombinací hodnot N sinusoidy, $e^0, \dots, e^{(2\pi/N)k(N-1)}$. Koeficienty sinusoid jsou $F[0], \dots, F[N-1]$ a jejich frekvence jsou j/N cyklu za vzorek.

Jednou z nejdůležitějších vlastností DFT je existence efektivní procedury pro její spočítání, která užívá $O(N \log N)$ komplexních operací na rozdíl od $O(N^2)$. Algoritmus pro rychlou DFT se nazývá rychlá Fourierova transformace (FFT z angl. Fast Fourier Transform). FFT využívá výhod symetrických vlastností komplexních kořenů jednotky, používá opakované „chytré“ rozdělení sekvencí na dvě stejně dlouhé subsekvence, kde každá může být zvlášť a rychle zpracována (Shatkay 1995).

FFT lze také využít při odhadu výkonových spekter. Tento způsob se z historických

důvodů označuje jako periodogram. Problémovou otázkou je, jaký bude rozptyl odhadu, pokud N půjde do nekonečna. Jinak řečeno, zda bude odhad přesnější, vezmeme-li více bodů z původní funkce. Bohužel nebude přesnější ani o trochu, protože rozptyl odhadovaného periodogramu frekvence f_k se vždy rovná čtverci jeho očekávané hodnoty frekvence. Z čehož plyne, že standardní odchylka je vždy 100% hodnoty (Press et al. 1992). Naštěstí je zde několik možností, jak zmenšit rozptyl odhadu.

Je nutné si uvědomit, že prostá Fourierova transformace jednoho vybraného úseku náhodného signálu nevypovídá o spektru náhodného signálu. Spektrální odhady náhodných signálů jsou založeny na analýze jednotlivých oken a procesu shlazování.

8.4 Zpracování dat

Digitální časové série, získané při MT průzkumu, mohou mít klidně objem i několik gigabytů, což znamená, že můžeme mít k dispozici několik desítek miliónů čísel. Z toho důvodu je nutno provést „*redukci dat*“ (ze všech naměřených dat se snažíme získat zredukovanou množinu parametrů, které jsou následně použity pro co nejúplnější interpretaci měření), protože jedno časové okno může obsahovat informace o mnoha periodách a hloubkách průniku.

„*Redukce dat*“ může být provedena dvěma způsoby:

(1) Stohováním² spekter z diskrétních časových oken.

(2) Přes Weideltův disperzní vztah³, který předpokládá, že přenosové funkce pro sousedící frekvence jsou blízké, díky čemuž můžeme provést vážená skládání informací ze sousedících frekvencí (Simpson & Bahr 2005). Ten lze zapsat jako:

$$\operatorname{Re} Z(\omega_0) = \frac{2}{\pi} \text{p.v.} \int_0^{\infty} \frac{\omega \operatorname{Im} Z(\omega)}{\omega^2 - \omega_0^2} d\omega, \quad (8.11a)$$

²z angl. stacking - skládání

³také uváděn jako Kramers – Kroenigův vztah

$$\operatorname{Im} Z(\omega_0) = -\frac{2}{\pi} \text{p.v.} \int_0^{\infty} \frac{\omega \operatorname{Re} Z(\omega)}{\omega^2 - \omega_0^2} d\omega, \quad (8.11b)$$

kde p.v. je hlavní hodnota (*principle value*).

8.5 Kalibrace

Při měření počítač ukládá jiné veličiny, než bychom chtěli. Například při měření magnetických polí se ukládají napětí na výstupu z indukčních cívek. Ta jsou v určitém vztahu k variacím magnetického pole, která tato napětí způsobila indukci ve vinutí cívek. Proto je nutné převést tato napětí na hodnoty magnetického pole a tento proces vlastně znamená kalibraci. Tu lze rozdělit na čtyři kroky:

(1) Frekvenčně nezávislé kalibrace senzorů. Zde je brána v potaz citlivost magnetických a elektrických senzorů.

(2) Frekvenčně závislé kalibrace senzorů. Některé senzory jsou frekvenčně závislé, například indukční cívka.

(3) Kalibrace A/D konvertoru. Musíme znát rozlišení A/D konvertoru.

(4) Aplikace kalibračního koeficientu na výstup Fourierovy transformace. Frekvenčně závislá kalibrace senzorů z kroku (2) může být použita pouze po Fourierově transformaci (Toto platí pouze pro MT metodu, např. v seismických metodách lze kalibraci provádět v časové oblasti, tedy kalibrace frekvenčně závislými charakteristikami systému může být provedena i v časové oblasti, bez Fourierovy transformace).

8.6 Vyhodnocované frekvence a odhad spektrální matice

Způsob vyhodnocování frekvencí nebo period je v podstatě libovolný, pokud splňuje dvě základní podmínky:

(1) Vyhodnocované frekvence nebo periody bývají většinou rovnoměrně rozloženy v

logaritmickém měřítku. Například pokud si vybereme 10 s a 15 s jako vyhodnocované periody, měli bychom si následně vybrat i 100 s a 150 s (Simpson & Bahr 2005).

(2) Ideálně bychom měli mít 6-10 vyhodnocovaných frekvencí na dekádu v logaritmickém měřítku. Vyhodnocování více frekvencí je zbytečné, protože Weideltův disperzní vztah (rovnice 8.11) předpokládá podobné výsledky pro sousedící frekvence. Ovšem máme-li vyhodnocovaných frekvencí méně, může dojít k *aliasingu* - překrytí frekvenčních spekter vzorkovaného signálu a ke ztrátě informace.

Nejnižší frekvence (nejvyšší perioda) je určena délkou okna. Používá se okno skládající se z určitého množství dat. Za vyšších frekvencí je více informací sloučeno do stejné vyhodnocované frekvence za účelem splnění požadavku, že vyhodnocované frekvence jsou rovnoměrně rozloženy v logaritmickém měřítku. Nejvyšší detekovatelná frekvence je $1/(2 \times \text{vzorkovací krok})$, tzv. Nyquistova frekvence.

Forma spektrálního okna je vybírána jako kompromis protichůdných požadavků počtu stupňů volnosti (které upřednostňuje vkládání co největšího počtu dat) a rozlišení dat (která preferují nevyhlazovat přes mnoho diskrétních frekvencí, protože míchání odlišných odhadovaných period spojených s rozdílnými hloubkami průniku redukuje rozlišení jednotlivých vodivých struktur). Shrnutí, cílem je dosáhnout kompromisu mezi chybami dat a rozlišením.

Je-li k odhadu využito více jak jedno časové okno, potom vzájemná a výkonová spektra, stejně jako počet stupňů volnosti pro sekvenci časových oken, jsou přičítána k datům z předešlých oken.

Skládání může být pozměněno přidáním váhy spektra z každého partikulárního okna. Váhy mohou být založeny ručně (tedy 0 a 1) nebo robustní technikou, jež je popsána dále.

8.7 Statistické zpracování dat

8.7.1 Metoda nejmenších čtverců

Metoda nejmenších čtverců a robustní odhad jsou nejčastěji používané metody statistického zpracování MT dat. Základem je snaha určitým způsobem optimalizovat statistické charakteristiky odhadu impedančního tenzoru, tj. snažíme se získat pokud možno nevychýlený odhad s co možná nejmenší variancí (chybou). V obou metodách jsou rovnice (8.8) řešeny jako bivariační lineární regresní problém. Metoda nejmenších čtverců zahrnuje určení komponenty Z pomocí odhadu hustoty vzájemně-výkonových spekter metodou nejmenších čtverců, přičemž u funkce $\delta Z(\omega)$ se předpokládá Gaussovské (normální) rozdělení. Vzájemná a výkonová spektra pro diskrétní frekvence mohou být generována ve frekvenční oblasti násobením rovnic (8.7) komplexně konjugovanými elektrickými a magnetickými spektry.

Všechny takto získané rovnice budou obsahovat výkonová spektra. Vzhledem k tomu, že každá komponenta je koherentní sama se sebou, a to zcela dokonale, jakýkoli šum objevující se v této komponentě bude zesílený ve výkonovém spektru a to způsobí Z vychýlení. Řešením tohoto problému je metoda vzdálené referenční stanice (kap. 8.7.3).

8.7.2 Robustní zpracování

Metodou pro odstranění chyby vyplývající z datových bodů, které jsou nereprezentativní pro celý soubor dat, je robustní zpracování. To zahrnuje algoritmus pro metodu nejmenších čtverců, ale je opětovně vážen na chybu gaussovské distribuce.

Jak už bylo jednou zmiňováno, volba délky datového okna zahrnuje kompromis mezi rozlišením a chybou spočítané přenosové funkce. Odlehlé hodnoty jsou snadněji identifikovatelné, pokud jejich výkon nedosahuje průměru velkého počtu Fourierových koeficientů. Díky tomu upřednostňujeme používání krátkých časových oken.

Pro informaci o periodách delších než je délka našeho okna musíme okno prodloužit tak, aby pokrylo aspoň jednu, ale ideálně několik period. Většinou poté přistoupíme k decimaci period, čímž eliminujeme ta data, která poskytují informaci o krátkých periodách, které už jsme prostudovali dříve. Proces decimace zahrnuje podvzorkování a filtrování dat nízkofrekvenčním filtrem, který nechá v záznamu jen delší periody než je délka okna původních nepodvzorkovaných dat. Decimaci lze opakovat tak dlouho, dokud se nedostaneme k žádanému rozsahu period.

Existuje mnoho metod robustního zpracování. Nejobecnější metodou robustní regrese je *M-estimation*. Tu lze zapsat jako minimalizaci nekvadratické ztrátové funkce:

$$\Gamma(\Theta) = \sum_{i=1}^M \rho\left(\frac{(y_i - x_i^T \Theta)}{\sigma}\right), \quad (8.12)$$

kde Θ , x , y jsou parametry a σ rozptyl.

Robustní regresi aplikujeme, pokud distribuce šumu nemá normální rozdělení. Samotná robustní procedura minimalizuje ztrátovou funkci, která je funkcí reziduí. Robustní postup využívá váženou metodu nejmenších čtverců, která minimalizuje robustní váhy. Toto řešení není jednoduché, protože váhy závisí na reziduích, rezidua závisí na odhadovaných koeficientech a odhadované koeficienty závisí na vahách. Z toho důvodu je nutné přistoupit k iterativnímu řešení – opětovně vážené metodě nejmenších čtverců⁴. Tento postup je tak dlouho opakován, dokud nedojde ke konvergenci rozptylu reziduí.

Metody robustního zpracování mohou být použity zároveň s dále popsanou metodou vzdálené referenční stanice, což může značně vylepšit daná měření.

Robustní zpracování může pomoci rozlišit vzácná, ale silná zdrojová pole heterogenit malých prostorových rozměrů, která se někdy objevují ve středních zeměpisných šířkách.

⁴IWLS – iteratively reweighted least-squares

8.7.3 Metoda vzdálené referenční stanice

Tato metoda zahrnuje rozmístění přídavných senzorů (většinou magnetických) na místě vzdáleném od lokální měřicí stanice (Gamble et al. 1979). Zatímco čistá (přírodní) část indukovaného pole je koherentní v prostorových rozměrech desítek až stovek kilometrů, šum je obecně náhodný a od určité vzdálenosti⁵, kdy se již šumový zdroj neprojevuje, nekoherentní. Měřením vybraných elektromagnetických komponent na lokální i referenční stanici lze odstranit nekorelované vychylující efekty vznikající přítomností šumu. Zkorelovaný šum nacházející se na obou stanicích touto metodou nelze odstranit.

Vzdálenost mezi lokální a referenční stanicí, dostatečná k identifikaci nekorelovaného šumu, závisí na zdroji šumu, plánovaném rozsahu měřených frekvencí a vodivosti sondovaného prostředí.

Složitější metoda vzdálené referenční stanice (Larsen et al. 1996) je založena na předpokladu dvou separovaných zdrojů, jednoho přirozeného a druhého šumového, ve kterých expanze elektrického pole (rovnice 8.7) zahrnuje druhé magnetické pole (reprezentující šum v lokálním magnetickém poli) a druhou impedanci (reprezentující šumovou složku elektrického pole korelovanou s magnetickým šumem). Druhou impedanci zavádíme z toho důvodu, že různé zdroje vedou na různé impedance. To je zároveň jeden z důvodů, proč nám šum tak vadí.

Použitím vzdálené referenční stanice k oddělení těchto dvou zdrojů šumu, lze za určitých okolností odstranit šum, který je korelovaný mezi magnetickým a elektrickým měřením na lokální stanici. Metoda ovšem funguje pouze za předpokladu, že referenční stanice je prostá šumu.

⁵Tato vzdálenost může dosáhnout klidně i desítky kilometrů, jde-li např. o stejnosměrné železnice.

8.7.4 Metoda s ohraničeným vlivem⁶

Správně použité výše popsané robustní metody zpracování mohou značně zredukovat vliv výskoků v datech proměnných elektrického pole. Bohužel tyto metody nejsou často citlivé na výjimečná magnetická data (Chave & Thomson 2004), která jsou označována jako vlivné body⁷. Metoda hraničního vlivu zároveň omezuje vliv výskoků i vlivných bodů a prokazuje mnohem spolehlivější odhad magnetotelurické odezvy než robustní metody. Odhad hraničního vlivu kombinuje standardní robustní *M-estimator* s vlivem vah založených na diagonále projekční matice⁸, která je standardním statistickým měřítkem neobvyklých výskoků.

Samotný proces začíná Fourierovou transformací krátkého úseku dat. Na každé frekvenci je získáno řešení metody nejmenších čtverců, které je následně použito k výpočtu residuí měřítka a projekční matice. Poté je aplikován proces vnořené iterace, který je opakován, dokud se vážená residua nemění pod prahovou hranicí. Obvykle se tato hodnota pohybuje okolo 1-2%.

Hraniční vliv lze také použít s metodou vzdálené referenční stanice využívající několik stanic na místo dvou. Takto zkombinované metody mohou efektivně odstraňovat korelovaný šum v lokálních elektrických a magnetických polích.

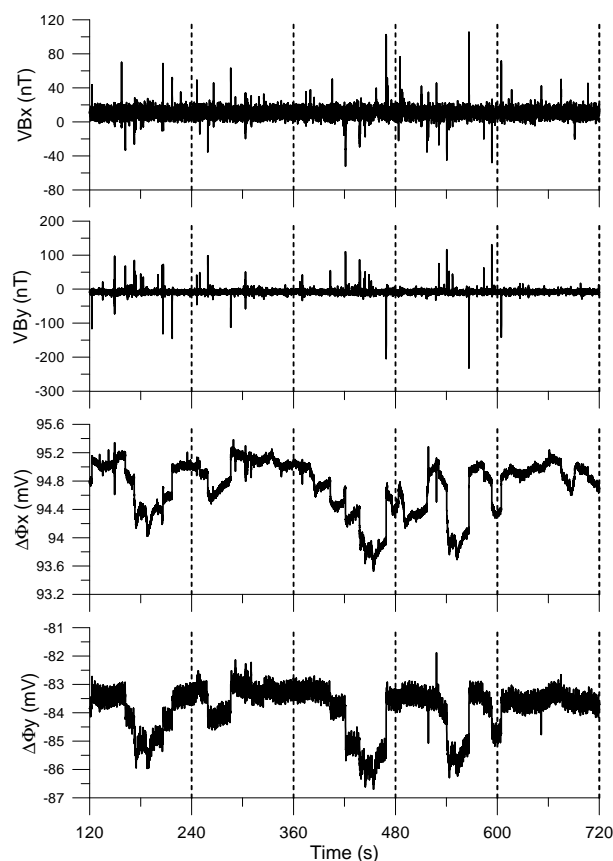
⁶Bounded influence, někdy je metoda označována jako GM(generalizovaný M-estimator).

⁷leverage point

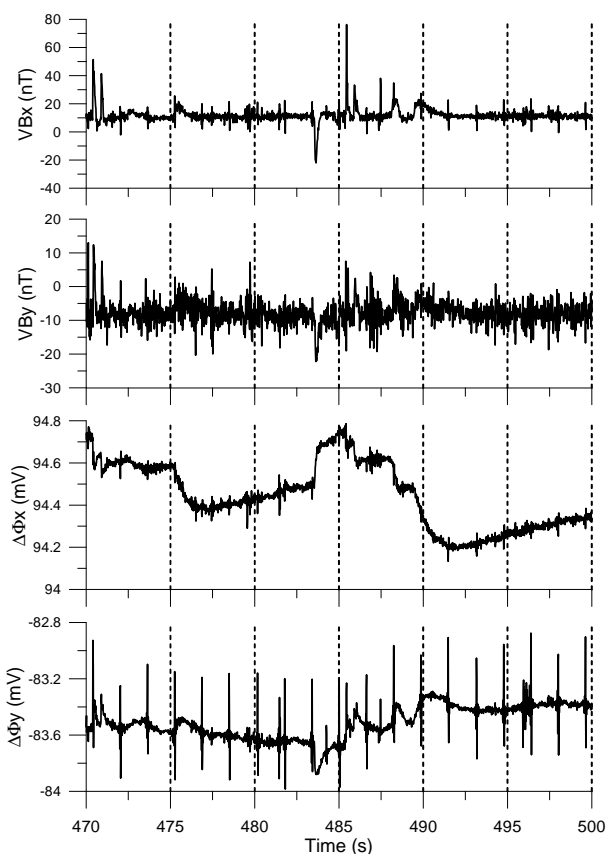
⁸projection matrix, hat matrix

9. Ukázky MT signálů

Všechna použitá data jsou z měření geoelektrického oddělení Geofyzikálního ústavu AV ČR. Výstupy jsou vytvořeny v programu Grapher.



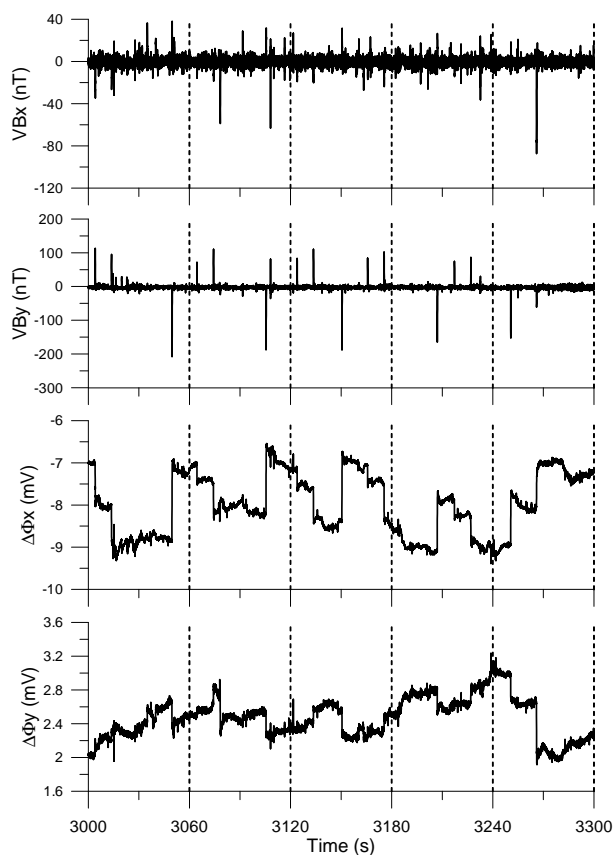
Obr. 10.



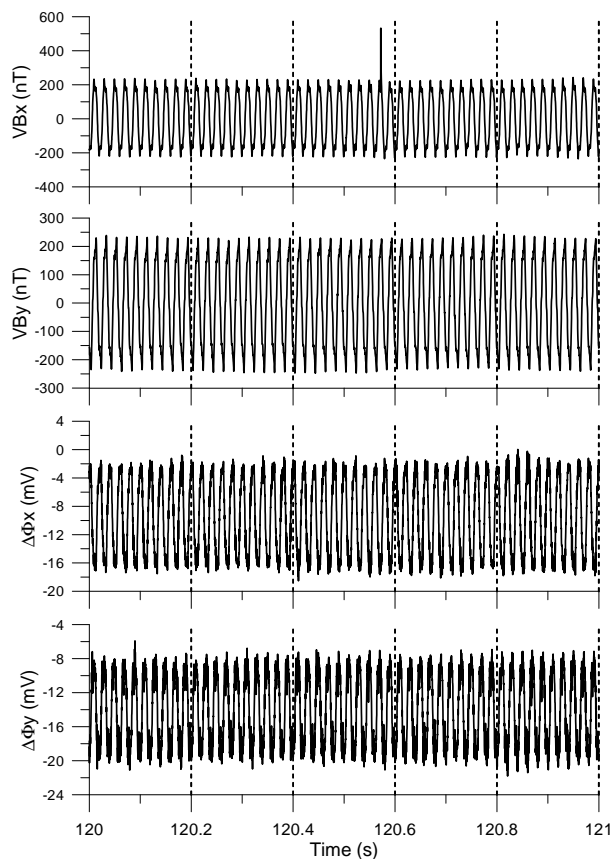
Obr. 11.

Obr. 10. MT záznam ze stanice Bílá Voda ($50^{\circ} 26' 04''$ N, $16^{\circ} 54' 05''$ E), délka záznamu 600 s, start 27. 4. 2010, 15:02:21 UTC, záznam na ADU-06, vzorkování 64 Hz. Magnetická data jsou nekalibrovaná (VB_x , VB_y). Patrné jsou skokové změny telurického pole ($\Delta\Phi_x$, $\Delta\Phi_y$, bez redukce na délku telurických linek) v důsledku kulturních poruch, rychlé oscilace na telurickém kanálu $\Delta\Phi_y$ jsou poruchy pocházející od elektrického ohradníku.

Obr. 11. Přiblížený pohled na 30 s úsek předchozího záznamu s patrnými regulárními pulsy od ohradníku.



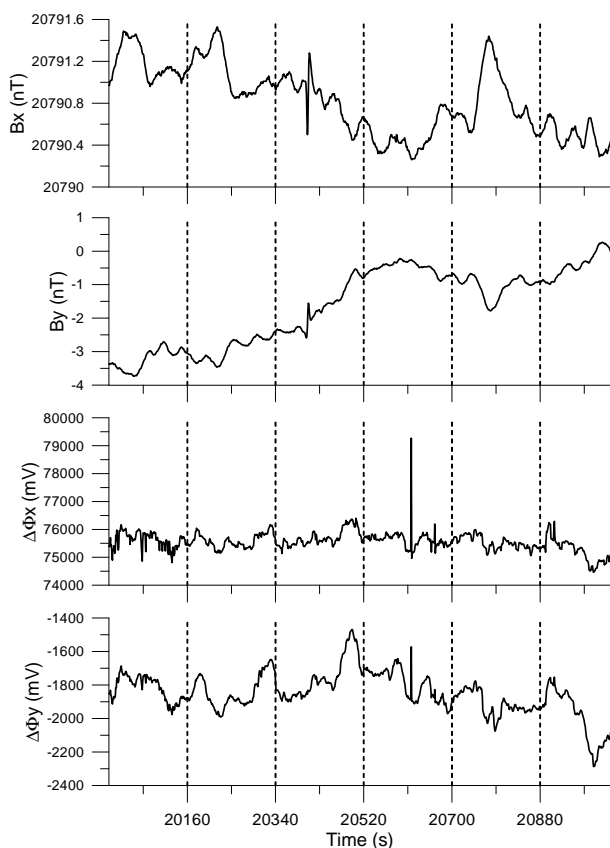
Obr. 12.



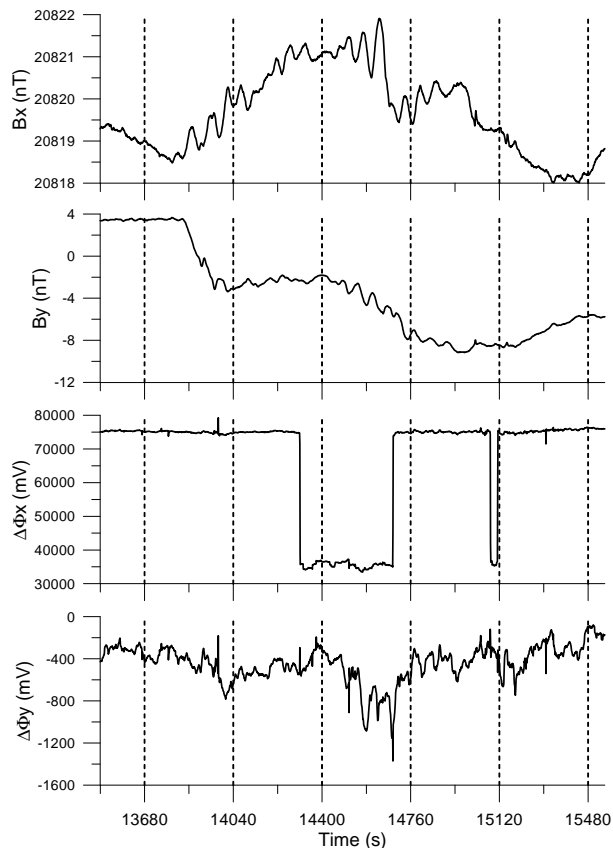
Obr. 13.

Obr. 12. MT záznam ze stanice Bílá Voda ($50^{\circ} 26' 04'' \text{N}$, $16^{\circ} 54' 05'' \text{E}$), délka záznamu 300 s, start 27. 4. 2010, 15:02:21 UTC, záznam na ADU-06, vzorkování 64 Hz. Patrné jsou kvaziperiodické poruchy telurického pole o dlouhé periodě asi 30 s s odpovídajícími výskoky v magnetickém poli.

Obr. 13. Rychlý MT záznam (vzorkování 4096 Hz) ze stejné stanice Bílá Voda, délka záznamu je 1 s, start záznamu 27. 4. 2010, 22:05:21 UTC. Záznam ukazuje pouze síťovou frekvenci 50 Hz, přirozené poruchy MT pole jsou mnohem menší než porucha síťová. Na průběhu telurické složky $\Delta\Phi_y$ je zřetelná neharmonická kontaminace síťového signálu.



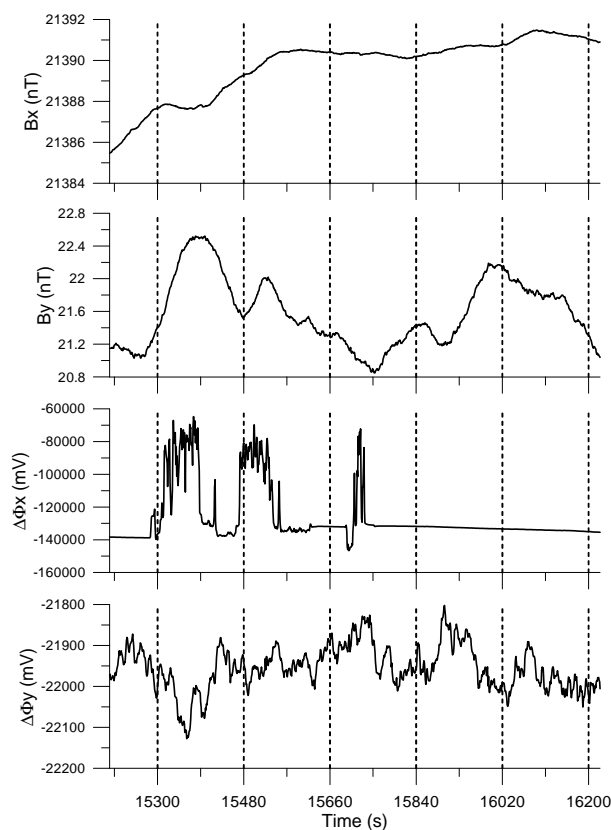
Obr. 14.



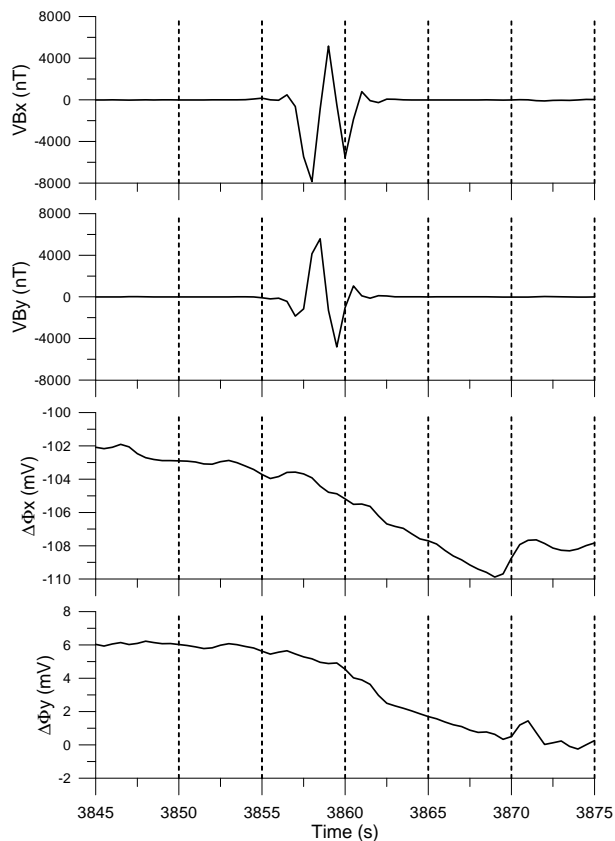
Obr. 15.

Obr. 14. MT záznam ze stanice Zálesí ($48^{\circ} 57' 13''$ N, $15^{\circ} 47' 59''$ E), délka záznamu 1024 s, start 1. 4. 2008, 00:00:04 UTC, záznam na LEMI-417, vzorkování 1 Hz. Záznam je dosti čistý, patrné jsou pouze ojedinělé nezávislé impulsní poruchy v magnetických a telurických kanálech.

Obr. 15. MT záznam ze stejné registrace, délka záznamu 2048 s. Magnetický záznam je bez poruch a vykazuje pulsační aktivitu, telurický kanál $\Delta\Phi_x$ je porušen výraznými poruchami typu *box-car*. Patrné jsou rovněž četnější impulsy v obou telurických kanálech.



Obr. 16.



Obr. 17.

Obr. 16. MT záznam ze stanice Mikulovice ($48^{\circ} 57' 29''$ N, $16^{\circ} 07' 03''$ E), délka záznamu 1024 s, start 22. 10. 2009, 00:00:08 UTC, záznam na LEMI-417, vzorkování 1 Hz. V první polovině záznamu jsou patrné intenzivní neregulární poruchy. Podobný typ poruch je příznačný pro okamžiky před přerušením telurické linky, kupř. divokou zvěří.

Obr. 17. MT záznam ze stanice Litoměřice 03 ($50^{\circ} 32' 26''$ N, $14^{\circ} 09' 44''$ E), délka záznamu 30 s, start 28. 7. 2006, 11:55:14 UTC, záznam na ADU-06, vzorkování 2 Hz. Na magnetickém záznamu je zachycen průjezd motorového vlaku ve vzdálenosti asi 15 až 20 m od magnetických cívek.

10. Polarizační analýza

I přes velký pokrok ve statistickém zpracování MT dat nejsme schopni některá data v důsledku příliš velké šumové složky zpracovat a jejich standardní zpracování nevede k přijatelným výsledkům. V takovém případě je vhodné provést důkladnější analýzu šumového pole a využít její výsledky ke zpracování dat. Další možností je využití šumového pole ke geoelektrické interpretaci. Například Qian & Pedersen (1991) se pokusili interpretovat šum jako zdrojové pole stejnosměrného dipólu a použít jej pro účely elektrického sondování v oblasti Tangshan v Číně a odvodili z něj zvrstvený model do hloubek přes 10 km. Santarato & Spagnolini (1995) využili směrové dominance šumové složky v MT datech a rozvinuli metodu směrové eliminace šumu (Direction Noise Cancellation - DNC).

Jakmile obsahují záznamy MT časových řad projevy impulsních poruch s dobře definovatelnými amplitudami, je možné příčinu poruch charakterizovat pomocí jednoduchého umělého zdroje a pokusit se určit parametry tohoto zdroje z měření v několika bodech. Jde tudíž o řešení obrácené úlohy pro parametry poruchového zdroje z projevů poruch v MT poli. Parametry zdroje nelze určit správně ani jednoznačně, vždy dostaneme zdánlivé parametry poruchových zdrojů, které poskytují podobnou informaci jako polarizační analýza šumu.

Zde uvádím jednoduchý příklad zdrojové analýzy poruch v MT záznamech dat ze západočeské seismoaktivní oblasti. Četné impulsní poruchy industriálního původu vysvětlují jako důsledek proudových pulsů horizontálních uzemněných dipólů ve stejnosměrném přiblížení. Ukáží, že typické poruchy v této oblasti lze dobře vysvětlit pomocí polí elektrických proudových dipólů, které jsou soustředěny do dvou diskrétních oblastí. Tyto zdrojové oblasti mají zřejmě vztah k velkým průmyslovým strukturám poblíž oblasti MT měření.

10.1 Použitá MT data

Použitá data byla získána ze západočeské seismoaktivní oblasti v roce 2008 za účelem aktivní stejnosměrné odporové tomografie geoelektrickou skupinou lipské univerzity (Flechsigt et al. 2010). Za účelem detekce uměle generovaných stejnosměrných signálů pro odporovou tomografii v MT signálech byly instalovány dvě MT stanice, které měřily nepřetržitě po dobu několika dní se vzorkováním 64 Hz:

Číslo stanice	Název	Zeměpisná šířka	Zeměpisná délka
1	Čmelák	50° 17' 29"	12° 24' 27"
2	Výhledy	50° 13' 30"	12° 29' 10"

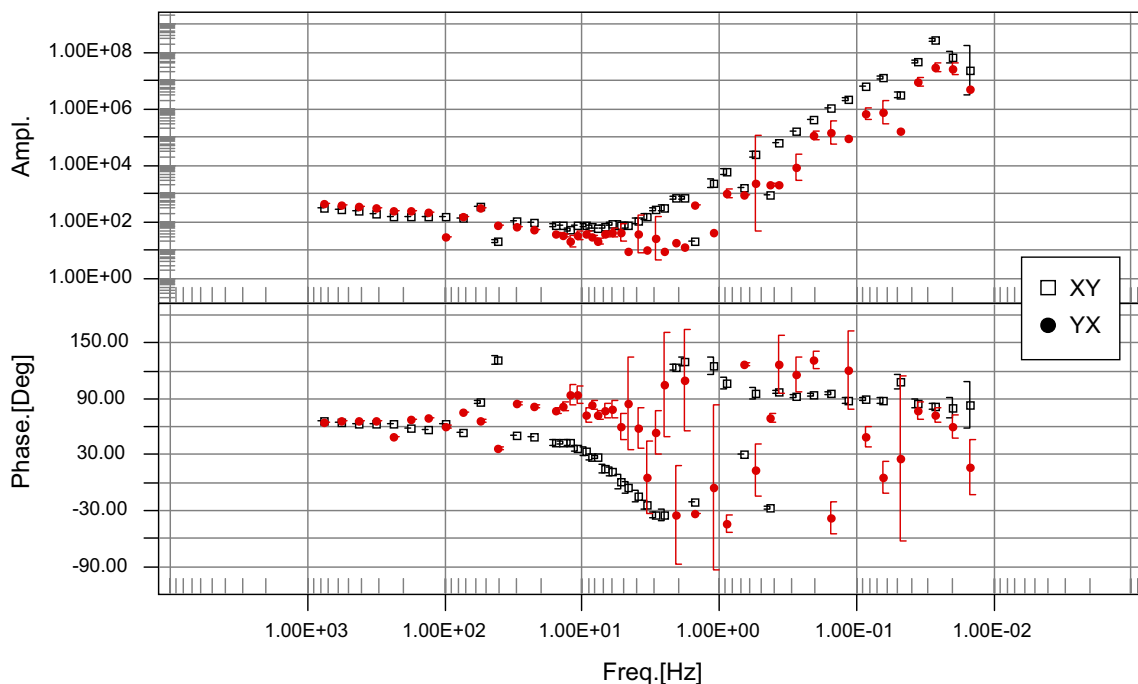
Získaná data jsou charakteristická silným, prakticky nepřetržitým impulsním šumem vysoké intenzity. Poruchy zřetelně pocházejí od vzdálenějších silných průmyslových zdrojů v oblasti. Poruchové pole lze registrovat nepřetržitě a intenzita poruch je vysoká i v nočních hodinách. Formálním zpracováním u těchto MT dat dostaneme křivky, kdy zdánlivý odpor vybíhá na asymptotu *dokonalé nevodivého podloží* (Obr. 18.).

Tento typ šumu sice nejde odstranit pokročilými metodami statistického zpracování, ale je zajímavý z hlediska své intenzity, která mnohonásobně přesahuje intenzitu dosažitelnou umělými zdroji (generátory). Problémem impulsního šumu je úplná neznalost zdroje signálu.

Pokusil jsem se zjistit, zda silný impulsní šum v MT datech západočeské oblasti má nějaké přednostní směry, z nichž se šíří, popřípadě zda lze lokalizovat zdroje tohoto šumu. Prvotní aproximace lokalizace šumu by mohla vést ke zpřesnění modelu zdrojového pole šumu, například za použití dodatečných měření v dané oblasti nebo dotazů energetických autorit ve zdrojových oblastech.

V elektrických složkách MT dat byly na lokalitách Čmelák a Výhledy pozorovány dva typy charakteristických impulsních poruch pravděpodobně industriálního původu. První

typ lze charakterizovat jako méně četné, avšak mimořádně silné skoky elektrických složek s polarizací typu $(+ - ++)$ s amplitudami ~ 30 mV/km na východní lokalitě a ~ 7 mV/km na lokalitě západní. Druhý typ poruch má polarizaci $(+ + ++)$ s výrazným přechodovým charakterem a lze ho detekovat jen v rychlejších záznamech se vzorkováním 64 Hz.



Obr. 18. Hlavní křivky zdánlivého odporu a fáze pro MT data stanice 1. Horní panel ukazuje zdánlivé odpory jako funkce frekvence, spodní panel ukazuje MT fáze. Pro frekvence nižší než 10 Hz jsou křivky typicky umělého původu.

10.2 Obrácená úloha

Pro oba typy poruch byla řešena obrácená úloha pro lokalizaci konečného zdroje, který vybudí pozorované amplitudy elektrických potenciálů současně na obou registračních stanicích. Předpokládám, že poruchy jsou způsobeny konečným uzemněným stejnosměrným horizontálním dipólem s centrem na souřadnicích x_c , y_c , délkou d , azimutem α_d a proudem I . Prostředí je pro zjednodušení modelováno jako homogenní poloprostor s odporem ρ .

Pro dvě MT stanice máme dohromady čtyři potenciálové dipóly, jeden SJ a jeden VZ na každé stanici. Délky telurických linek jsou $l_x^{(1)}$, $l_y^{(1)}$, $l_x^{(2)}$ a $l_y^{(2)}$ ve směrech x a y (dolní

index) ve stanicích 1 a 2 (horní index). Mým cílem je, při zvoleném modelu prostředí (homogenní poloprostor s odporem ρ), najít parametry zdroje $(x_c, y_c, d, \alpha_d, I_k)$, které dávají pozorované potenciálové rozdíly na telurických linkách obou stanic. Tato obrácená úloha může být vyjádřena jako minimalizační problém metody nejmenších čtverců, což je určení cílové funkce Φ :

$$\Phi = \sum_{\alpha} \left(\frac{\Delta U_{\alpha} - \Delta V_{\alpha}}{\sigma_{\alpha}} \right)^2, \quad (10.1)$$

kde ΔU_{α} jsou odečty potenciálových skoků záznamu, ΔV_{α} jsou odečty z modelového vzorce a σ_{α} je rozptyl.

Vzhledem k tomu, že úloha zahrnuje celou řadu nepřesností jak v experimentálních datech (odečet potenciálových skoků není vždy snadný ani úplně přesný), tak i v přibližné formulaci úlohy, je pro nás zajímavé nejen určení vlastního minima cílové funkce, ale i zmapování prostoru parametrů modelu v okolí tohoto minima. Snahou je najít nepřesnosti v lokalizaci proudového dipólu v závislosti na nepřesnostech odečtů potenciálových skoků z MT záznamů. Pro řešení takových úloh je často vhodné použít stochastické metody, pokud je přímá úloha dostatečně rychlá, aby dovolila provést velký počet přímých simulací, typicky řádu desítek tisíc až mnoha miliónů. Pro naši úlohu jsem použil stochastickou optimalizaci metodou Monte Carlo (MCMC, např. Sambridge & Mosegaard, 2002).

10.3 Syntetický test

Pro ověření funkcionality a výkonnosti stochastického algoritmu pro naši úlohu o lokalizaci poruchového zdroje z MT dat dvou stanic jsem nejprve provedl test na příkladu syntetických dat. Byl zvolen proudový dipól délky $d = 1\,000$ m na pozici $x_c = 6\,000$ m, $y_c = -14\,000$ m, s azimutem $\alpha_d = 0^\circ$ a s proudem $I = 1\,000$ A. Odpor homogenního poloprostoru byl zvolen $\rho = 300\,\Omega\text{m}$. Délky telurických linek na obou MT stanicích byly zvoleny také v souladu s experimentem, tedy $l_x^{(1)} = l_y^{(1)} = l_x^{(2)} = l_y^{(2)} = 100$ m. Byla vygenerována

syntetická data, tzn. potenciální rozdíly na všech čtyřech MT registračních dipólech. Data byla dále uměle kontaminována gaussovským šumem o průměru 0 a se standardní odchylkou společnou pro všechny čtyři potenciálové skoky a rovnou 2% z velikosti maximálního generovaného skoku.

Pro stochastické vzorkování metodou MCMC byl zvolen Gibbsův vzorkovací algoritmus podle jeho implementace v jazyce *R* (R Core Team 2012). Pro vzorkovací proceduru byly jednotlivé proměnné parametry diskretizovány s následujícími rovnoměrnými kroky: x_c a y_c po 200 m, α_c po 2° a I po 5 A.

Počet iteračních kroků vzorkovací procedury byl zvolen na 500 000 iterací. Následně byly vzorky v řetězci decimovány s krokem 250 s cílem snížit velikost vzorku a minimalizovat vzájemnou závislost modelů v náhodném vzorku. Syntetický test se ukázal být správný. Nalezené souřadnice center zdrojových dipólů byly v dobré shodě s původní modelovou hodnotou.

Poté bylo několik experimentů zaměřeno na vliv nepřesně určených parametrů. Nepřesné určení odporu homogenního poloprostoru ρ ani chybně zadaná hodnota délky zdrojového dipólu d se nijak výrazně neprojevila na určení centra zdrojového dipólu. Nejvýznamnější efekt mělo nesprávné určení délek telurických linek. Při současném použití nesprávných délek 100 m při řešení obrácené úlohy došlo k vychýlení průměru pozice proudového dipólu až o více než 2 km.

10.4 Odhad lokalizace zdrojů MT záznamů

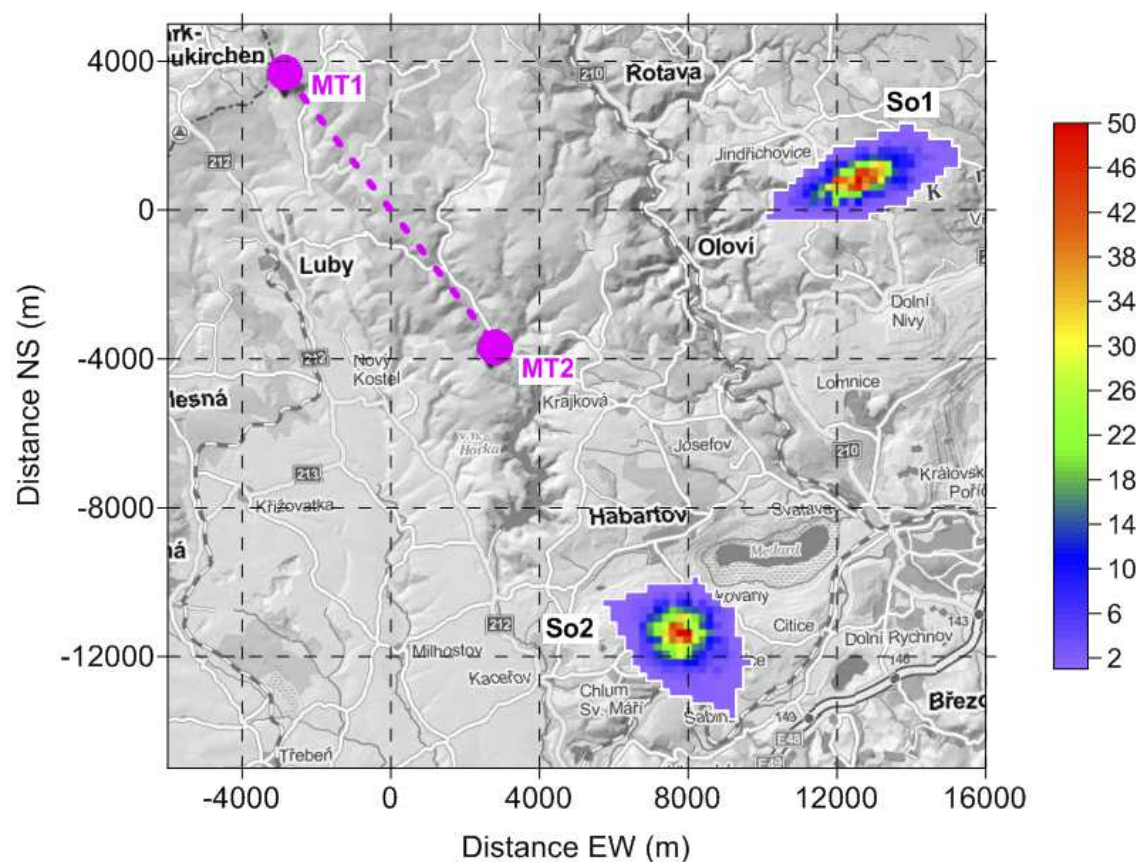
Výše popsaná procedura stochastického vzorkování byla použita na směrovou analýzu a odhad pozice zdrojového dipólu pro šum v MT záznamech ze západočeské seismoaktivní oblasti. Konfigurace modelu a apriorní meze byly stejné jako v případě syntetického modelu. Délka zdrojového dipólu byla zvolena $d = 1\,000$ m, odpor homogenního poloprostoru

$\rho = 300 \, \Omega\text{m}$. Daty byly potenciálové skoky na telurických linkách MT stanic 1 a 2.

Obr. 19. ukazuje výsledné lokalizace zdrojových dipólů MT šumu pro oba typy poruch (označeny jako So1 a So2). Výsledky stochastického vzorkování vedou na následující pozice zdrojových dipólů při souřadném systému, kde bod $[0,0]$ je v polovině vzdálenosti stanice 1 a 2: pro zdroj So1 je $x_c = 832 \pm 368 \, \text{m}$, $y_c = 12\,638 \pm 717 \, \text{m}$, $\alpha_d = 174^\circ \pm 2^\circ$, pro zdroj So2 pak $x_c = -11\,446 \pm 457 \, \text{m}$, $y_c = 7\,819 \pm 510 \, \text{m}$, $\alpha_d = -118^\circ \pm 4^\circ$. Shoda experimentálních a modelových dat je vyjádřena střední RMS chybou pro jednotlivé modely: pro zdroj So1 je střední RMS rovna 0.75, pro zdroj So2 pak 0.93.

Oba detekované typy poruch lze charakterizovat dvěma dobře vymezenými zdrojovými oblastmi. Zdrojová oblast So1 směřuje bezprostředně na východ od obce Jindřichovice do zalesněné a málo industrializované oblasti severně od severočeských povrchových dolů sokolovského revíru. Jakékoli elektrické zdroje jsou v této oblasti málo pravděpodobné. Nejbližší příčinu poruch lze najít přímo v sokolovské pánvi, asi 4 km na jih od centra zóny So1. Chyba v lokalizaci zdroje může být způsobena heterogenitou prostředí, která nebyla dále ověřována. Oblast So2 odpovídá městům Habartov a Svatava s vyšší mírou průmyslové výroby, je však posunuta do průmyslově méně exponované oblasti asi 4 km na jih od zmíněných měst.

Polohy zdrojů lze zpřesnit jak vyptáváním u autorit přímo na místě, tak modelováním složitějších typů zdrojů (multipóly) nebo využitím časových závislostí šumových signálů. Značného zlepšení by bylo možné dosáhnout též zpracováním signálů z většího počtu registračních MT stanic a parametrizací nehomogenního rozložení elektrického odporu ve vodivém prostředí. I přes problémy sondování s neznámým umělým zdrojem je významným pozitivem velká intenzita signálu, které lze jen stěží dosáhnout jakýmkoli generátory přímo v poli.



Obr. 19. Empirické marginální histogramy pro pozice center zdrojových proudových dipólů z poruch v MT záznamech dvou stanic v západočeské seismoaktivní oblasti. Dvě detekované zdrojové oblasti, So1 a So2, odpovídají rekonstrukcím zdrojů ze dvou charakteristických typů impulsních poruch, popsanych v kapitole o MT datech. Fialové kroužky MT1 a MT2 značí pozici registračních MT stanic. Podkladová mapa převzata z <http://www.mapy.cz/> a upravena.

11. Závěr

Magnetotelurická metoda je v oblastech s nízkou intenzitou civilizačního šumu jako je Afrika, Jižní Amerika nebo oceánské prostředí výbornou geoelektrickou metodou, která je nákladově příznivější než například seismické metody.

Naštěstí snaha vylepšit měření i v oblastech se silnou šumovou složkou vede k dalším novým metodám, díky kterým lze měření v daném případě použít pro interpretační účely. Některé metody statistického zpracování jsou schopny data významně zlepšit samy od sebe, v určitých případech je nutné přistoupit k použití několika z nich. To vede ke stále větším nárokům na technologické vybavení při zpracování dat, ale na druhou stranu i ke stále lepším výsledkům.

Uvedená polarizační analýza je další možností, jak odfiltrovat nepříjemný civilizační šum. Se znalostí zdroje šumu lze v terénu přistoupit k dalším přesnějším měřením, odfiltrovat zdroj šumu nebo zpracovat data výše uvedenými statistickými metodami.

Moderní industrializovaný svět plný elektromagnetického šumu není ideálním místem pro aplikaci a využití MT metody. Ale obrovský hloubkový dosah, který patří k jednomu z největších v geofyzikálních metodách, činí z MT ojedinělý fenomén, kterému se vyplatí věnovat čas a úsilí. V budoucnu bude třeba možné díky dalším metodám na odstranění šumu tuto metodu i nadále využívat pro průzkum nebo interpretace geologického prostředí i v místech, jako je například civilizačním šumem znečištěná Evropa.

12. Použitá literatura

- Cagniard, L., 1953, Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting, *Geophysics*, 18, 605-635.
- Constable, C., 2005, Geomagnetic temporal spectrum for *Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, July 7.
- Flechsigg, Ch., Fabig, T., Rücker, C., Schütze, C., 2010, Geoelectrical investigations in the Cheb Basin/W-Bohemia: an approach to evaluate the near surface conductivity structure, *Studia Geophysica et Geodetica*, 54 (3): 443-464.
- Gamble, T., Gobau, W., Clarke, J., 1979, Magnetotellurics with a remote reference, *Geophysics*, 44, 53-68.
- Garcia, X., Jones, A.G., 2008, Robust processing of magnetotelluric data in the AMT dead band using the continuous wavelet transform, *Geophysics*, vol. 73, no. 6, november-december; P. F223–F234.
- Huber, P., 1964, Robust estimation of a location parameter, *Ann. Math. Stat.*, 35, 73–101.
- Chapman, S., 1919, The solar and lunar diurnal variations of terrestrial magnetism. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A218: 1–118.
- Chave, A.D., Thomson, D.J., 2004, Bounded influence magnetotelluric response function estimation, *Geophys. J. Int.*, 157, 988–1006.
- Kappler, K. N., 2012, A data variance technique for automated despiking of magnetotelluric data with a remote reference, *Geophysical Prospecting*, 60, 179–191.
- Karous, M., 1989, *Geoelektrické metody průzkumu*, Nakladatelství technické literatury: Alfa, 423 s. ISBN 80-03-00035-1.
- Keller, G.V., 1987, *Rock and Mineral Properties in Neitzel, E.B., Electromagnetic methods in applied geophysics*, Society of Exploration Geophysicist, 13-52.
- Lahiri, B. N., Price, A.T., 1939, *Electromagnetic Induction in Non-uniform Conductors*

- and the Determination of the Conductivity of the Earth from Terrestrial Magnetic Variations, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A.
- Larsen, J. C., Mackie, R. L., Manzella, A., Fiordelisi, A., Rieven, S., 1996, Robust smooth magnetotelluric transfer functions, *Geophys. J. Int.*, 124, 801-819.
- Likeš, L., Machek, J., 1988, *Matematická statistika*, SNTL Praha, 178 s. (bez ISBN)
- Palacky, G. J., 1987, Resistivity characteristics of geologic targets, in *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, vol. 1, Nabighian M. N., ed. Series: Investigation in Geophysics, vol. 3. Soc. of Expl. Geophys. Tulsa, Oklahoma.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., 1992, *Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing*, 2. Edition, Cambridge University Press, 933 s. ISBN 0-521-43064-X.
- Qian, W., Pedersen, L. B., 1991, Industrial interference magnetotellurics. An example from Tangshan area, China. *Geophysics* 56, 265-273.
- R Development Core Team, 2011, *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.
- Sambridge, M., Mosegaard, K., 2002, Monte Carlo methods in geophysical inverse problems, *Reviews of Geophysics* 40(3), 1-29.
- Santarato, G., Spagnolini, U., 1995, Cancelling directional EM noise in magnetotellurics, *Geophysical Prospecting* 43, 605-621.
- Shatkay, H., 1995, *The Fourier Transform - A Primer*, Department of Computer Science Brown University.
- Simpson, F., Bahr, K., 2005, *Practical Magnetotellurics*, Cambridge University Press, 272 s. ISBN 0-521-817277.
- Smirnov, M., Varentsov, I., 2004, *Magnetotelluric data processing - From theory to practice*,

17th EM induction workshop, MTDIW, Navi Mumbai, India

Szarka, L., 1988, Geophysical aspects of manmade electromagnetic noise in earth-a review, *Surv. Geophys.*, 9, 287-318.

Tichonov, A. N., 1950, On determining electrical characteristics of the deep layers of the Earth's crust, *Doklady Akad. Nauk, S.S.S.R.*, 73, 295-297.

Weidelt, P., 1972, The inverse problem of geomagnetic induction, *Zeitschrift für Geophysik* 8(2), 257–290.